

Énoncé

Donner les formes trigonométrique et exponentielle, pour chacun des nombres complexes suivants.

$$z_1 = 1 + i$$

$$z_2 = 1 + i\sqrt{3}$$

$$z_3 = -\sqrt{3} - i$$

Rappel

Forme trigonométrique : $z = |z|(\cos \theta + i \sin \theta)$

Forme exponentielle : $z = |z|e^{i\theta}$

avec $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

$$\text{et } \begin{cases} \cos \theta = \frac{a}{|z|} \\ \sin \theta = \frac{b}{|z|} \end{cases}$$

Correction

$$z_1 = 1 + i$$

$$\text{Module } |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\Rightarrow |z_1| = \sqrt{1^2 + 1^2}$$

$$\Rightarrow |z_1| = \sqrt{2}$$

On factorise z_1 par $|z_1|$:

$$\Rightarrow z_1 = \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + i \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\Rightarrow z_1 = \sqrt{2} \left(\frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} + i \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \right)$$

$$\Rightarrow z_1 = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

Forme trigonométrique $z = |z|(\cos \theta + i \sin \theta)$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

à l'aide du cercle trigonométrique

$$\Rightarrow \text{valeur principale de } \theta = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow z_1 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

Forme exponentielle $z = |z|e^{i\theta}$

$$\Rightarrow z_1 = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$